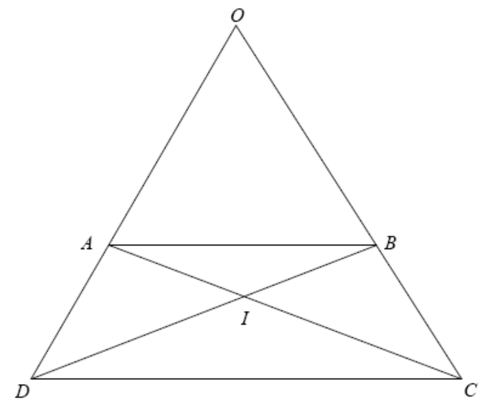
PROPRIETE DE THALES : UNE PREUVE

Description de la figure : Soient ODC et OAB deux triangles tels que :

→ $A \in [OD]$ → $B \in [OC]$ → $(AB) // (CD)$

On désire prouver l'égalité des rapports : $\dfrac{OA}{OD} = \dfrac{OB}{OC} = \dfrac{AB}{DC}$

Figure n°1 :



1) Notons h la hauteur issue de B dans le triangle AOB.

a. Tracez h sur la figure n°1

b. Exprimez les aires des triangles OAB et ODB en fonction de h.

Aire (OAB) = ……………… *Aire (ODB)* = …………………

c. En déduire que $\dfrac{OA}{OD} = \dfrac{Aire\ (OAB)}{Aire\ (ODB)}$

…………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………

2) Notons désormais k la hauteur issue de A dans le triangle OAB.

a. Tracez k sur la figure n°1

b. Exprimez les aires des triangles OAB et OAC en fonction de k

Aire (OAB) = ………………………… *Aire (OAC)* = ………………………………

c. En déduire que $\dfrac{OB}{OC} = \dfrac{Aire\ (OAB)}{Aire\ (OAC)}$

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

3) ***a.*** Que pouvez-vous dire des triangles ACD et BCD. Justifiez.

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

b. En déduire que *Aire (AID) = Aire (BIC)*

…………………………………………………………………………………………………

4) ***a.*** A l'aide de l'égalité vue en **3) b.** , prouvez que *Aire (ODB) = Aire (OAC)*

…………………………………………………………………………………………………

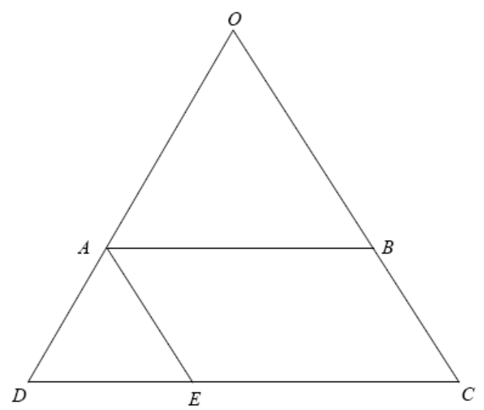
b. En déduire que $\dfrac{OA}{OD} = \dfrac{OB}{OC}$

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

Il nous reste alors à prouver la dernière égalité

Figure n°2 :



5) Soit E le point d'intersection des droites (DC) et de la parallèle à (OC) passant par A.

a. Justifiez que $\dfrac{DE}{DC} = \dfrac{DA}{DO}$

…………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………

b. Après avoir justifié que *DE = DC – EC* et que

DA = DO – AO, démontrez que $\dfrac{EC}{DC} = \dfrac{AO}{DO}$

…………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………

c. En déduire que $\dfrac{AB}{DC} = \dfrac{OA}{OD}$

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………